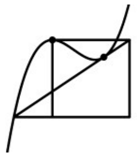


Integrale der Form $\int (\mathbf{ax} + \mathbf{b})^{\mathbf{n}}\ \mathbf{dx}$
Übung

1. Geben Sie zu f eine Stammfunktion F an.

a) $f(x) = (x+3)^4$

b) $f(x) = (2x+1)^6$

c) $f(x) = \frac{1}{3} \cdot (3x+5)^9$

d) $f(x) = 2 \cdot (3x+4)^5 + x$

e) $f(x) = \frac{3}{(x-1)^4}$

f) $f(x) = \frac{2}{(4x+3)^3}$

g) $f(x) = \frac{3}{(2-3x)^2}$

h) $f(x) = \frac{-3}{(3-0{,}5x)^3}$

2. Berechnen Sie den Wert der bestimmten Integrale.

a) $\int_{-1}^{1} x^6\, dx$

b) $\int_{3}^{5} (-x+3)^7 dx$

c) $\int_{-3}^{0} (2x-2)^5 dx$

d) $\int_{1}^{2} \frac{x^4+2x^2+1}{x^4} dx$

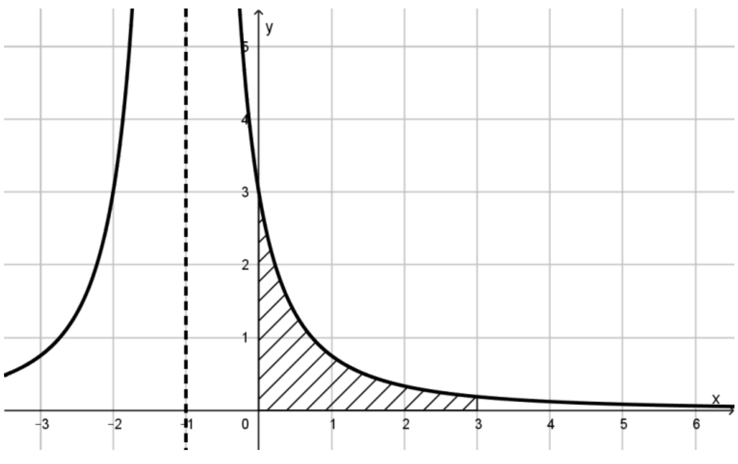
e) $\int_{0}^{1} \frac{1}{(x+1)^4} dx$

f) $\int_{0}^{1} \frac{2}{(3-2x)^2} dx$

g) $\int_{0}^{1} 2 - \frac{3}{(5x+2)^4} dx$

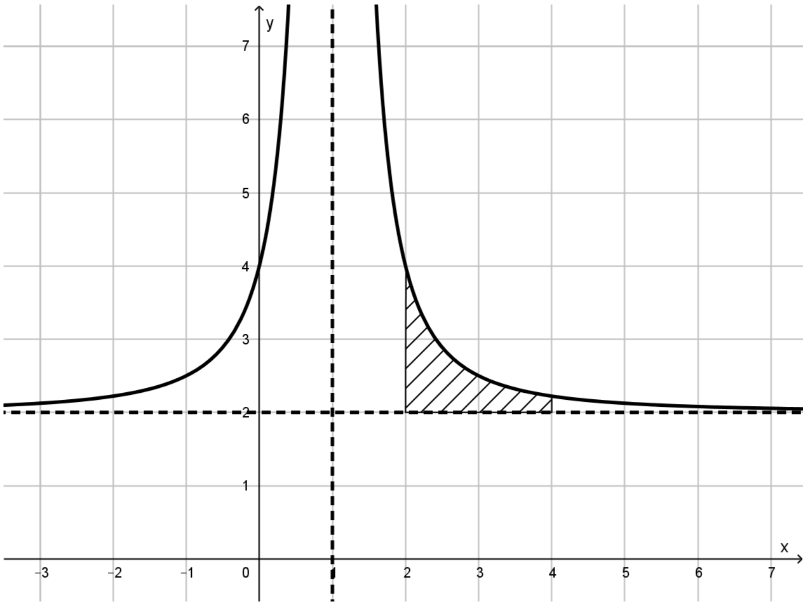
h) $\int_{-1}^{0} 3x - \frac{2}{(1-3x)^3} dx$

3. Die Abbildung rechts zeigt den Graphen der Funktion $f: x \mapsto \frac{3}{(x+1)^2}$. Berechnen Sie das Maß des gekennzeichneten Flächenstücks.



© 2023 www.einfach-mathe-lernen.de

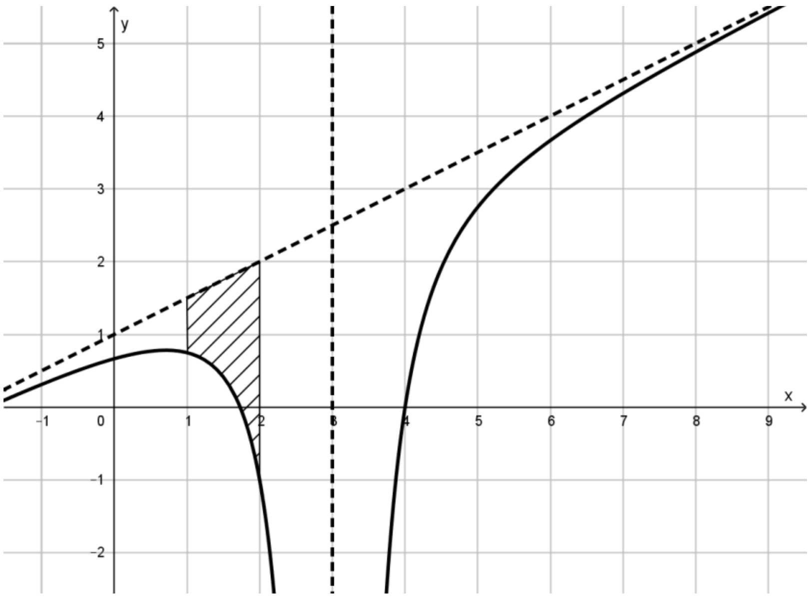
4. Die untere Abbildung zeigt den Graphen der Funktion $f: x \mapsto \frac{2x^2-4x+4}{(x-1)^2}$.



a) Zeigen Sie, dass man den Funktionsterm von f auch in der Form $f(x) = 2 + \frac{2}{(x-1)^2}$ schreiben kann.

b) Berechnen Sie den Flächeninhalt der schraffierten Fläche.

5. Folgender Graph zeigt die Funktion mit dem Term $f(x) = \frac{1}{2}x + 1 - \frac{3}{(x-3)^2}$.
Berechnen Sie den Inhalt der schraffierten Fläche.



© 2023 www.einfach-mathe-lernen.de

Integrale der Form $\int (\mathbf{ax+b})^{\mathbf{n}}\,\mathbf{dx}$
Lösung

1.

a) z.B. $F(x) = \frac{1}{5} \cdot (x+3)^5$

b) z.B. $F(x) = \frac{1}{14}(2x+1)^7$

c) z.B. $F(x) = \frac{1}{90} \cdot (3x+5)^{10}$

d) z.B. $F(x) = \frac{1}{9}(3x+4)^6 + \frac{1}{2}x^2$

e) z.B. $F(x) = \frac{-1}{(x-1)^3}$

f) z.B. $F(x) = \frac{-1}{4(4x+3)^2}$

g) z.B. $F(x) = \frac{1}{(2-3x)}$

h) z.B. $F(x) = \frac{-3}{(3-0{,}5x)^2}$

2.

a) $\frac{2}{7}$

b) -32

c) $-21\,840$

d) $\int_1^2 1 + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^4}\,dx = \frac{55}{24}$

e) $\frac{7}{24} \approx 0{,}29$

f) $\frac{2}{3} \approx 0{,}67$

g) $\frac{5421}{2744} \approx 1{,}98$

h) $-\frac{29}{16} \approx -1{,}81$

3. $A = \frac{9}{4}$ F. E.

4.

a) Polynomdivision: $(2x^2 - 4x + 4) : (x^2 - 2x + 1) = 2 + \frac{2}{x^2-2x+1} = 2 + \frac{2}{(x-1)^2}$

b) $A = \int_2^4 \left(2 + \frac{2}{(x-1)^2}\right) - 2\,dx = \int_2^4 \frac{2}{(x-1)^2}\,dx = \int_2^4 2(x-1)^{-2}dx$
$= \left[2 \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{-1} \cdot (x-1)^{-1}\right]_2^4 = \left[\frac{-2}{(x-1)}\right]_2^4 = -\frac{2}{3} + 2 = \frac{4}{3} \approx 1{,}33$ F. E.

5. $A = 1{,}5$ F. E.

© 2023 www.einfach-mathe-lernen.de